

УДК 621.311.001.57

**В. Ф. Сивокобиленко**, д-р техн. наук,  
**С. В. Василець**, канд. техн. наук

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЕЛЕКТРОМЕРЕЖІ ДІЛЬНИЦІ ШАХТИ У РАЗІ ВИТОКУ СТРУМУ НА ЗЕМЛЮ

**Анотація.** Обґрунтовано математичну модель дільничної електромережі шахти з використанням методу змінних стану, яка дає змогу аналізувати перехідні процеси при виникненні витоку струму на землю до моменту захисного відключення мережі та під час вибігу асинхронних двигунів гірничих машин, а також враховувати схему апарата захисту від витоків струму на землю.

**Ключові слова:** математична модель, електромережа, дільниця шахти, перехідні процеси, витік струму на землю, асинхронний двигун, вибіг, апарат захисту

**V. F. Syvokobylenko**, ScD.,  
**S. V. Vasylets**, PhD.

### MATHEMATICAL MODELLING OF TRANSIENTS IN MINE SECTION POWER NETWORK IN CASE OF GROUND CURRENT LEAKAGE

**Abstract.** The mathematical model of the mine section power network was founded using state variables method, which enables to analyse transients in case of ground current leakage until the safety tripping and during stopway of induction motors of mining machines, as well as considers the scheme of current leakage protective device.

**Keywords:** mathematical model, power network, mine section, transients, current leakage, induction motor, stopway, protective device

**В. Ф. Сивокобыленко**, д-р техн. наук,  
**С. В. Василець**, канд. техн. наук

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОСЕТИ УЧАСТКА ШАХТЫ ПРИ УТЕЧКЕ ТОКА НА ЗЕМЛЮ

**Анотація.** Обоснована математическая модель участковой электросети шахты с использованием метода переменных состояния, которая позволяет анализировать переходные процессы при возникновении утечки тока на землю до момента защитного отключения сети и во время выбега асинхронных двигателей горных машин, а также учитывает схему аппарата защиты от утечек тока на землю.

**Ключевые слова:** математическая модель, электросеть, участок шахты, переходные процессы, утечка тока на землю, асинхронный двигатель, выбег, аппарат защиты.

**Актуальність проблеми та її зв'язок з прикладними задачами.** Типова електромережа дільниці шахти включає вибухобезпечну знижувальну трансформаторну підстанцію (потужністю до 1600 кВА), до якої мережею силових кабелів через комутаційні апарати приєднані вибухозахищені асинхронні електродвигуни (одиначною потужністю до 400 кВт) привода вугледобувного обладнання (комбайна, конвейера, лебідки, маслостанції тощо). При експлуатації імовірність пошкодження ізоляційних елементів електрообладнання (особливо – силових гнучких кабелів) досить високо [1], що може спричинити виникнення витоку струму на землю через опір тіла людини.

Підвищення потужності електропривода гірничих машин, збільшення рівня напруги живлення до 3,3 кВ вимагають розробки перспективних засобів захисту дільничних електромереж шахт від аварійних режимів,

© Сивокобиленко В.Ф., Василець С.В., 2012

зокрема від витоків струму на землю, що обумовлює актуальність більш точного розрахунку відповідних перехідних процесів [3].

**Відомі дослідження та публікації.** Перехідні процеси при витоках струму на землю в дільничних електромережах шахт досліджуються в роботах В. С. Дзюбана, В. П. Колосюка, Р. М. Лейбова, Я. С. Римана, Ф. П. Шкрабця та багатьох інших вчених. Зокрема, в [1] наведено приблизні аналітичні вирази для обчислення складових струму витоку, що протікають через опір тіла людини до захисного відключення мережі та під час вибігу двигунів, отримані без урахування оперативного струму апарата захисту від витоків струму на землю та параметрів його схеми заміщення (враховано лише індуктивність компенсатора), активно-індуктивних опорів жил кабелів, зміни частоти ЕРС вибігу двигунів. В роботі [6] розраховується кількість електроенергії, що пройшла через опір тіла людини після захисного відключення мережі, причому зниження напруги в

мережі характеризується середньозваженою сталою часу затухання ЕРС вибігу двигунів, що не враховує рівень механічного навантаження кожного з двигунів під час вибігу.

Таким чином, у відомих дослідженнях перехідні процеси під час витоку струму на землю в електромережі дільниці шахти оцінюються приблизними аналітичними залежностями, які недостатньо враховують конфігурацію мережі, параметри та режими функціонування елементів.

**Постановка задачі.** Обґрунтування математичної моделі електромережі дільниці шахти за наявності витоку струму на землю.

**Основний матеріал та результати досліджень.** Розглянемо дільничну електромережу шахти, що включає трансформаторну підстанцію УТП1 (КТПВ-1000/6-1,2, обладнану апаратом захисту від витоків струму в землю АЗУР-4), до якої кабелем К1 (КГЭШ 3х25 довжиною 150 м) приєднано асинхронний двигун М1 (ЭДКОФВ315М4, обмотка статора з'єднана за схемою «зірка», момент навантаження – типу «різання», коефіцієнт завантаження  $k_z = 0,1$  в.о., коефіцієнт інерції навантаження  $k_J = 3$  в.о.). Схема заміщення такої мережі (рис. 1) складена за наступних припущень:

а) у фазах вторинної обмотки силового трансформатора УТП1 (для яких враховано активні опори  $R_{trx}$  та індуктивності  $L_{trx}$ , де  $x = A, B, C$  – позначення фази) наводяться симетричні ЕРС  $U_x$ ;

б) розподільчий пристрій низької напруги підстанції включає автоматичний вимикач, комутації якого моделюються одночасною дискретною зміною величин активного опору фаз  $R_{QFx}$  при незмінній схемі заміщення (ввімкненому стану відповідає перехідний опір замкнених контактів, відключеному – опір ізоляції між розведеними контактами), для якого враховано активні опори міжфазної ізоляції  $R_{trAB} - R_{trCA}$ ;

в) схема АЗУР-4, що приєднаний дроселем з активними опороми  $R_{drx}$  та індуктивностями  $L_{drx}$  фаз до вихода автоматичного вимикача трансформаторної підстанції, включає компенсуючий дросель ( $L_k, R_k$ ), ємність  $C_p$ , яка забезпечує функціонування

останнього за умови накладання на мережу постійного оперативного струму від джерела  $U_{op}$  з внутрішнім опором  $R_{op}$  [1], елемент реагування з опором  $R_5$  та допоміжні компоненти;

г) силові кабелі розглядаються як елементи із зосередженими параметрами, для яких враховано: активні опори та індуктивності жил, які для кожної фази розділені на дві рівні частини ( $R_{kix}$  та  $L_{kix}$  відповідно,  $i = 1,2$ ); ємності  $C_{izx}$  та активні опори  $R_{izx}$  ізоляції фаз відносно землі; активні опори міжфазної ізоляції  $R_{kAB} - R_{kCA}$ ;

д) виникнення витоку струму на землю в фазі А гнучкого кабеля (через пошкодження ізоляції та доторкання людини) моделюється дискретною зміною опору резистора  $R_{izA}$  від нормального опору ізоляції фази (прийнято 1 МОм) до опору тіла людини (1 кОм), що забезпечує незмінність структури схеми заміщення мережі під час моделювання;

е) опір контура «земля» прийнято нульовим;

ж) асинхронний двигун подано керованими напругою (що знімається з резисторів  $R'_x$ ) джерелами струму  $I_{yx}$ , причому врахування вихідного опору останніх резисторами  $R_{yx}$  дозволяє виключити особливості графа у вигляді перетинів, що містять лише джерела струму (тобто забезпечує охоплення деревом графа всіх вузлів схеми заміщення) [4].

Дерево графу для схеми заміщення мережі (рис. 1) утворюють  $N_p = 38$  ребер ( $b_1 - b_{38}$ , виділені на схемі заміщення), до яких відносяться: незалежні джерела напруги (кількість  $N_U = 4$ ), ємнісні ( $N_{Cp} = 6$ ), резистивні ( $N_{Rp} = 25$ ) та індуктивні ребра ( $N_{Lp} = 3$ ), керованих джерел напруги в схемі заміщення нема ( $N_{Uy} = 0$ ). Доповнення дерева графу складається з  $N_x = 26$  хорд ( $b_{39} - b_{64}$ ), резистивних ( $N_{Rx} = 13$ ) та індуктивних ( $N_{Lx} = 10$ ) хорд і керованих джерел струму ( $N_{Iy} = 3$ ). Ємнісних хорд і незалежних джерел струму в схемі заміщення нема ( $N_{Cx} = 0$  та  $N_I = 0$ ).

З матриці інцидентів для такої схеми заміщення можна отримати матрицю головних перетинів [4]:

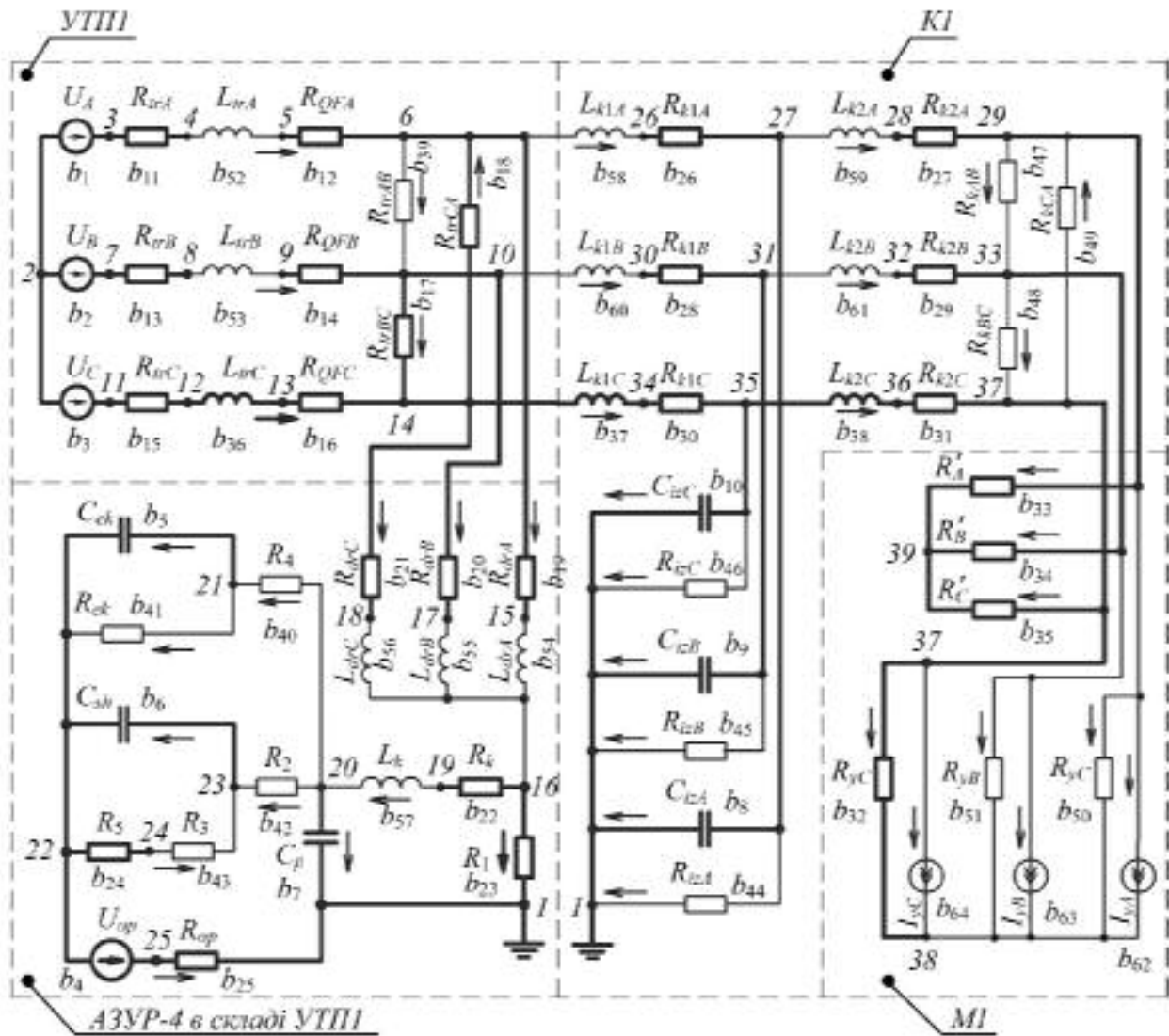


Рис. 1. Схема заміщення дільничної електромережі, що розглядається

$$\bar{F}_1 = C_p \begin{bmatrix} C_x & R_x & L_x & I & I_y \\ \bar{F}_2 & \bar{F}_3 & \bar{F}_4 & \bar{F}_5 & \bar{F}_6 \\ \bar{F}_7 & \bar{F}_8 & \bar{F}_9 & \bar{F}_{10} & \bar{F}_{11} \\ \bar{F}_{12} & \bar{F}_{13} & \bar{F}_{14} & \bar{F}_{15} & \bar{F}_{16} \\ \bar{F}_{17} & \bar{F}_{18} & \bar{F}_{19} & \bar{F}_{20} & \bar{F}_{21} \\ \bar{F}_{22} & \bar{F}_{23} & \bar{F}_{24} & \bar{F}_{25} & \bar{F}_{26} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де підматриці  $\bar{F}_2, \bar{F}_7, \bar{F}_{17}, \bar{F}_{22}, \bar{F}_{23}, \bar{F}_{25}, \bar{F}_{26}$  є нульовими через припущення про відсутність відповідних особливостей графу.

Математична модель системи являє собою сукупність залежностей, що описують RLC-коло, двигунне навантаження та їх взаємозв'язок.

Резистивним елементам відповідає система рівнянь

$$\begin{cases} \bar{I}_{R_p} = -\bar{F}_{18} \cdot \bar{I}_{R_x} - \bar{F}_{19} \cdot \bar{I}_{L_x} - \\ \quad - \bar{F}_{20} \cdot \bar{I} - \bar{F}_{21} \cdot \bar{I}_y; \\ \bar{R}_x \cdot \bar{I}_{R_x} = \bar{F}_3^T \cdot \bar{U}_y + \bar{F}_8^T \cdot \bar{U} + \\ \quad + \bar{F}_{13}^T \cdot \bar{U}_{C_p} + \bar{F}_{18}^T \cdot \bar{R}_p \cdot \bar{I}_{R_p}, \end{cases} \quad (2)$$

де  $\bar{R}_p, \bar{R}_x$  – відповідно діагональні матриці опорів резистивних ребер та хорд.

Позначивши

$$\bar{A}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{I} & \bar{F}_{18} \\ -\bar{F}_{18}^T \cdot \bar{R}_p & \bar{R}_x \end{bmatrix}, \quad (3)$$

з системи (2) отримаємо рівняння струмів резистивних елементів:

$$\bar{I}_{рез} = \bar{B}_1 \cdot \bar{X} + \bar{B}_2 \cdot \bar{X}_{ни} + \bar{B}_3 \cdot \bar{X}_{yu}, \quad (4)$$

де  $\bar{I}_{pez} = [\bar{I}_{R_p} \quad \bar{I}_{R_x}]^T$  – вектор струмів резистивних ребер та хорд;  $\bar{X} = [\bar{U}_{C_p} \quad \bar{I}_{L_x}]^T$  – вектор змінних стану *RLC*-кола (напруг на ємнісних ребрах та струмів індуктивних хорд);  $\bar{X}_{nu} = [\bar{U} \quad \bar{I}]^T$ ,  $\bar{X}_{yu} = [\bar{U}_{yu} \quad \bar{I}_{yu}]^T$  – відповідно вектори незалежних та керованих джерел живлення;  $\bar{B}_1 - \bar{B}_3$  – матричні коефіцієнти,

$$\begin{aligned} \bar{B}_1 &= \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{19} \\ \bar{F}_{13}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{B}_2 &= \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{20} \\ \bar{F}_8^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{B}_3 &= \bar{A}_{11}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{21} \\ \bar{F}_3^T & \bar{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

Диференційні рівняння стану *RLC*-кола, складені згідно з матрицею  $\bar{F}_1$ , мають вигляд

$$\begin{cases} \bar{L}_x \frac{d}{dt} \bar{I}_{L_x} = \bar{F}_4^T \cdot \bar{U}_y + \bar{F}_9^T \cdot \bar{U} + \bar{F}_{14}^T \cdot \bar{U}_{C_p} + \\ \quad + \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{U}_{R_p} + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \frac{d}{dt} (-\bar{F}_{24} \cdot \bar{I}_{L_x}); \\ \bar{C}_p \frac{d}{dt} \bar{U}_{C_p} = -\bar{F}_{12} \cdot \bar{C}_x \frac{d}{dt} (\bar{F}_{12}^T \cdot \bar{U}_{C_p}) - \\ \quad - \bar{F}_{13} \cdot \bar{I}_{R_x} - \bar{F}_{14} \cdot \bar{I}_{L_x} - \bar{F}_{15} \cdot \bar{I} - \bar{F}_{16} \cdot \bar{I}_y, \end{cases} \quad (6)$$

де  $\bar{C}_p$ ,  $\bar{C}_x$  – діагональні матриці ємностей *C* ребер та хорд відповідно;  $\bar{L}_p$ ,  $\bar{L}_x$  – матриці індуктивностей *L* ребер та хорд відповідно.

Позначивши

$$\bar{A}_{22} = \text{diag}\{\bar{C}_p + \bar{F}_{12} \cdot \bar{C}_x \cdot \bar{F}_{12}^T, \bar{L}_x + \bar{F}_{24}^T \cdot \bar{L}_p \cdot \bar{F}_{24}\}; \quad (7)$$

$$\bar{A}_{21} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{13} \\ \bar{F}_{19}^T \cdot \bar{R}_p & \bar{0} \end{bmatrix},$$

з (6) після перетворень запишемо

$$\begin{aligned} \bar{A}_{22} \frac{d}{dt} \bar{X} &= \bar{A}_{21} \cdot \bar{I}_{pez} + \bar{B}_{21} \cdot \bar{X} + \\ &+ \bar{B}_{22} \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{B}_{23} \cdot \bar{X}_{yu}, \end{aligned} \quad (8)$$

де матриці

$$\begin{aligned} \bar{B}_{21} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{14} \\ \bar{F}_{14}^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \quad \bar{B}_{22} = \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{15} \\ \bar{F}_9^T & \bar{0} \end{bmatrix}; \\ \bar{B}_{23} &= \begin{bmatrix} \bar{0} & -\bar{F}_{16} \\ \bar{F}_4^T & \bar{0} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (9)$$

Враховуючи у диференційному рівнянні (8) залежність (4) та позначивши

$$\begin{aligned} \bar{A}_1 &= \bar{A}_{22}^{-1} \cdot (\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_1 + \bar{B}_{21}); \quad \bar{A}_2 = \bar{A}_{22}^{-1} (\bar{A}_{21} \times \\ &\times \bar{B}_2 + \bar{B}_{22}); \quad \bar{A}_3 = \bar{A}_{22}^{-1} \cdot (\bar{A}_{21} \cdot \bar{B}_3 + \bar{B}_{23}), \end{aligned} \quad (10)$$

отримаємо рівняння стану *RLC*-кола

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{A}_3 \cdot \bar{X}_{yu}. \quad (11)$$

Систему диференційних рівнянь, що описують симетричний асинхронний двигун з короткозамкненим ротором без урахування насичення [8], в системі координат *abc* можна подати у матричній формі:

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{abc} = \bar{F} \cdot \bar{I}_{abc} + \bar{G} \cdot \bar{S} + \bar{H} \cdot \bar{U}_{abc}, \quad (12)$$

де  $\bar{I}_{abc} = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc} \mid i_{ra} \quad i_{rb} \quad i_{rc} \mid \omega]^T$  – вектор змінних стану двигуна (фазних струмів статора і ротора двигуна та частоти обертання ротора);  $\bar{U}_{abc} = [u_{sa} \quad u_{sb} \quad u_{sc}]^T$  – вектор фазних напруг на статорі;  $\bar{S} = [s_1 \quad s_2 \quad s_3]^T$  – вектор-функція від елементів  $\bar{I}_{abc}$ . Причому

$$\begin{aligned} s_1 &= -\frac{\omega}{\sqrt{3}} [L_m(i_{sb} - i_{sc}) + L_r(i_{rb} - i_{rc})]; \\ s_2 &= \omega(L_m i_{sa} + L_r i_{ra}); \end{aligned} \quad (13)$$

$$s_3 = \frac{\sqrt{3}L_m}{2J} [i_{ra}(i_{sb} - i_{sc}) - i_{sa}(i_{rb} - i_{rc})] - \frac{M_c(\omega)}{J};$$

$\bar{F}$ ,  $\bar{G}$ ,  $\bar{H}$  – матричні коефіцієнти, що визначається параметрами схеми заміщення двигуна

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} -2b_1 & 0 & 0 & 2b_2 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & -b_1 & b_1 & -b_2 & b_2 & -b_2 & 0 \\ b_1 & b_1 & -b_1 & -b_2 & -b_2 & b_2 & 0 \\ \hline 2b_3 & 0 & 0 & -2b_4 & 0 & 0 & 0 \\ -b_3 & b_3 & -b_3 & b_4 & -b_4 & b_4 & 0 \\ -b_3 & -b_3 & b_3 & b_4 & b_4 & -b_4 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} -2b_6 & 0 & 0 \\ b_6 & -\sqrt{3}b_6 & 0 \\ b_6 & \sqrt{3}b_6 & 0 \\ \hline 2b_7 & 0 & 0 \\ -b_7 & \sqrt{3}b_7 & 0 \\ -b_7 & -\sqrt{3}b_7 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} 2b_5 & 0 & 0 \\ -b_5 & b_5 & -b_5 \\ -b_5 & -b_5 & b_5 \\ \hline -2b_6 & 0 & 0 \\ b_6 & -b_6 & b_6 \\ b_6 & b_6 & -b_6 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

причому

$$\begin{aligned} b_1 &= R_s L_r k_{sr}; \quad b_2 = R_r L_m k_{sr}; \quad b_3 = R_s L_m k_{sr}; \\ b_4 &= R_r L_s k_{sr}; \quad b_5 = L_r k_{sr}; \quad b_6 = L_m k_{sr}; \quad (15) \\ b_7 &= L_s k_{sr}; \quad k_{sr} = 0,5 / (L_s L_r - L_m^2). \end{aligned}$$

У загальному випадку за наявності в системі  $n$  асинхронних двигунів рівняння їх стану є лінійною комбінацією диференціальних рівнянь (12):

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{z1} = \bar{F}_{z1} \cdot \bar{I}_{z1} + \bar{G}_{z1} \cdot \bar{S}_{z1} + \bar{H}_{z1} \cdot \bar{U}_{z1}, \quad (16)$$

де  $\bar{I}_{z1} = [\bar{I}_{abc_1} \dots \bar{I}_{abc_n}]^T$  – вектор змінних стану  $n$  двигунів;  $\bar{S}_{z1} = [\bar{S}_1 \dots \bar{S}_n]^T$  – вектор-функція від елементів  $\bar{I}_{z1}$ ;  $\bar{U}_{z1} = [\bar{U}_{abc_1} \dots \bar{U}_{abc_n}]^T$  – вектор фазних напруг на статорах усіх двигунів;  $\bar{F}_{z1}$ ,  $\bar{G}_{z1}$ ,  $\bar{H}_{z1}$  – матричні коефіцієнти,

$$\begin{aligned} \bar{F}_{z1} &= \text{diag}\{\bar{F}_1 \dots \bar{F}_n\}; \\ \bar{G}_{z1} &= \text{diag}\{\bar{G}_1 \dots \bar{G}_n\}; \\ \bar{H}_{z1} &= \text{diag}\{\bar{H}_1 \dots \bar{H}_n\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Кожний асинхронний двигун представляється на схемі заміщення трьома керованими джерелами струму, що відповідають струмам еквівалентної «зірки» статорної обмотки та є першими трьома компонентами вектора  $\bar{I}_{abc}$  ( $I_{yA} = i_{sa}$ ,  $I_{yB} = i_{sb}$ ,  $I_{yC} = i_{sc}$ ). Для зіставлення сукупного вектора струмів дви-

гунів  $\bar{I}_{z1}$ , що розраховується за рівнянням (16), та вектора струмів керованих джерел струму  $\bar{I}_{yu}$  скористаємося залежністю

$$\bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11} \cdot \bar{I}_{z1}, \quad (18)$$

де  $\bar{G}_{11}$  – матриця підключення двигунів за струмом, кількість рядків якої відповідає кількості джерел струму, а кількість стовпчиків дорівнює  $7n$  (розмір вектора  $\bar{I}_{z1}$ ); на перетині рядка, що відповідає джерелу струму  $I_{yA}$ ,  $I_{yB}$  або  $I_{yC}$  конкретного двигуна та стовпчика, що визначає струм відповідної фази статора цього ж двигуна ( $i_{sa}$ ,  $i_{sb}$ ,  $i_{sc}$ ) проставляється значення схемного коефіцієнта  $k_{cx}$  ( $k_{cx} = 1$  при з'єднанні обмоток статора за схемою «зірка»,  $k_{cx} = \sqrt{3}$  при схемі «трикутник»), інші елементи дорівнюють нулю.

Прийmemo припущення про відсутність у схемі заміщення системи керованих джерел напруги, тоді виконується залежність

$$\bar{X}_{yu} = \bar{I}_{yu} = \bar{G}_{11} \cdot \bar{I}_{z1}. \quad (19)$$

Враховуючи в (11) останню залежність та позначивши  $\bar{G}_{24} = \bar{A}_3 \cdot \bar{G}_{11}$ , маємо

$$\frac{d}{dt} \bar{X} = \bar{A}_1 \cdot \bar{X} + \bar{A}_2 \cdot \bar{X}_{nu} + \bar{G}_{24} \cdot \bar{I}_{z1}. \quad (20)$$

Фазні напруги з вектора  $\bar{U}_{abc}$ , що прикладаються до еквівалентної «зірки» статора двигуна, знімаються з високоомних резисторів  $R'_A - R'_C$  ( $u_{sa}$  знімається з  $R'_A$ ,  $u_{sb} - R'_B$ ,  $u_{sc} - R'_C$ ) та визначають струми керованих джерел  $I_{yA} - I_{yC}$  за диференціальним рівнянням (12). Залежність вектора напруги на обмотках статорів двигунів системи  $\bar{U}_{z1}$  від вектора напруги на резистивних елементах  $\bar{U}_{pez}$  встановлюється залежністю

$$\bar{U}_{z1} = \bar{G}_{12} \cdot \bar{R} \cdot \bar{I}_{pez}, \quad (21)$$

де  $\bar{R} = \text{diag}\{\bar{R}_p \bar{R}_x\}$  – матриця активних опорів схеми заміщення;  $\bar{G}_{12}$  – матриця підключення двигунів за напругою, її елементи знаходяться на перетині рядка, який відповідає шуканій напрузі статора двигуна ( $u_{sa}$ ,  $u_{sb}$  або  $u_{sc}$ ), та стовпчика, що кореспондується з напругою на відповідному резисторі схеми заміщення цього ж двигуна ( $R'_A$ ,  $R'_B$

або  $R'_C$ ), дорівнюють  $k_{cx}$ , інші елементи є нульовими.

Враховуючи у залежності (21) рівняння (4) та (19), отримуємо

$$\bar{U}_{zл} = \bar{G}_{15} \cdot \bar{X} + \bar{G}_{16} \cdot \bar{X}_{ну} + \bar{G}_{17} \cdot \bar{G}_{11} \cdot \bar{I}_{zл}, \quad (22)$$

де  $\bar{G}_{15} = \bar{G}_{14} \cdot \bar{B}_1$ ;  $\bar{G}_{16} = \bar{G}_{14} \cdot \bar{B}_2$ ;  $\bar{G}_{17} = \bar{G}_{14} \cdot \bar{B}_3$ ;  $\bar{G}_{14} = \bar{G}_{12} \cdot \bar{R}$ .

Враховувши залежності (22), з (16) маємо:

$$\frac{d}{dt} \bar{I}_{zл} = \bar{G}_{19} \cdot \bar{X} + \bar{G}_{23} \cdot \bar{I}_{zл} + \bar{G}_{2l} \cdot \bar{S}_{zл} + \bar{G}_{20} \cdot \bar{X}_{ну}, \quad (23)$$

де  $\bar{G}_{19} = \bar{H}_{zл} \cdot \bar{G}_{15}$ ;  $\bar{G}_{23} = \bar{F}_{zл} + \bar{H}_{zл} \cdot \bar{G}_{17} \cdot \bar{G}_{11}$ ;  $\bar{G}_{20} = \bar{H}_{zл} \cdot \bar{G}_{16}$ .

Об'єднаємо диференційні рівняння стану  $RLC$ -кола (20) та асинхронних двигунів (23) в єдине диференційне рівняння стану системи:

$$\frac{d}{dt} \bar{X}_{zл} = \bar{L}_1 \cdot \bar{X}_{zл} + \bar{L}_2 \cdot \bar{S}_{zл} + \bar{L}_3 \cdot \bar{X}_{ну} = f(\bar{X}_{zл}, t), \quad (24)$$

де  $\bar{X}_{zл} = [\bar{X} \quad \bar{I}_{zл}]^T$  – вектор змінних стану  $RLC$ -кола та асинхронних двигунів;  $\bar{L}_1$ ,  $\bar{L}_2$ ,  $\bar{L}_3$  – матричні коефіцієнти, причому

$$\bar{L}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 & \bar{G}_{24} \\ \bar{G}_{19} & \bar{G}_{23} \end{bmatrix}; \bar{L}_2 = \begin{bmatrix} \bar{0} \\ \bar{G}_{2l} \end{bmatrix}; \bar{L}_3 = \begin{bmatrix} \bar{A}_2 \\ \bar{G}_{20} \end{bmatrix}. \quad (25)$$

Диференційне рівняння стану системи (24) можна вважати жорстким, оскільки сталі часу електричних та механічних перехідних процесів суттєво відрізняються. З метою його чисельного розв'язання скористаємося методом Гіра з використанням вектора Нордсіка [5, 7, 9], який полягає в наступному. Для  $i$ -ї компоненти  $x_{(r)}$  вектора  $\bar{X}_{zл}$  ( $r = \overline{1, N}$ , де  $N = N_{Cp} + N_{Lx} + 7n$ ) формується вектор Нордсіка, що має  $0, k$  елементів:

$$\bar{Z}^{(r)} = \begin{bmatrix} x_{(r)} & h \cdot x'_{(r)} & \dots & \frac{h^k \cdot x^{(k)}_{(r)}}{k!} \end{bmatrix}^T, \quad (26)$$

де  $k$  – порядок метода Гіра;  $h$  – величина кроку за часом;  $x^{(k)}_{(r)}$  –  $k$ -та похідна від  $x_{(r)}$ .

Об'єднаємо вектори Нордсіка (26) для  $\overline{1, N}$  змінних стану системи у матрицю:

$$\bar{\bar{Z}} = [\bar{Z}^{(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}^{(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}^{(N)}]. \quad (27)$$

Припустимо, що  $q$  – номер поточної точки, для якої матриця  $\bar{\bar{Z}}$  відома:

$$\bar{\bar{Z}}_q = [\bar{Z}_q^{(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}_q^{(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}_q^{(N)}], \quad (28)$$

де  $\bar{Z}_q^{(r)}$  – вектор Нордсіка в точці  $q$  для  $r$ -ї змінної стану.

Початкове наближення ( $j=0$ ) вектора Нордсіка на кроці  $q+1$  для  $r$ -ї змінної стану визначається за допомогою канонічного рівняння прогнозу [5]:

$$\bar{Z}_{q+1}^{0(r)} = \bar{Z}_\Pi \cdot \bar{Z}_q^{(r)}, \quad (29)$$

де  $\bar{Z}_\Pi$  – трикутна матриця Паскаля.

Об'єднуючи вектора  $\bar{Z}_{q+1}^{0(r)}$  для  $r = \overline{1, N}$  змінних в матрицю (27), отримуємо початкове наближення матриці  $\bar{\bar{Z}}$  на кроці  $q+1$ :

$$\bar{\bar{Z}}_{q+1}^0 = [\bar{Z}_{q+1}^{0(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{0(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{0(N)}]. \quad (30)$$

Подальші  $j+1$  наближення вектора Нордсіка для  $r$ -ї змінної стану на кроці  $q+1$  визначаються за допомогою канонічного рівняння корекції [5]

$$\bar{Z}_{q+1}^{j+1(r)} = \bar{Z}_{q+1}^{j(r)} + F_{q+1}^{j(r)} \cdot \bar{C}_k, \quad (31)$$

де  $F_{q+1}^{j(r)}$  – скалярна функція корекції;  $\bar{C}_k$  – вектор коефіцієнтів, що залежить від порядку  $k$  метода Гіра ( $\bar{C}_2 = [2/3 \quad 1 \quad 1/3]^T$ ;  $\bar{C}_3 = [6/11 \quad 1 \quad 6/11 \quad 1/11]^T$ ).

Об'єднаємо вектори  $\bar{Z}_{q+1}^{j(r)}$  в матрицю:

$$\bar{\bar{Z}}_{q+1}^j = [\bar{Z}_{q+1}^{j(1)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{j(r)} \quad \dots \quad \bar{Z}_{q+1}^{j(N)}]. \quad (32)$$

Значення скалярної функції корекції  $F_{q+1}^{j(r)}$  визначаються як  $r$ -та компонента векторної функції корекції  $\bar{F}_{q+1}^j$ :

$$\bar{F}_{q+1}^j = [\bar{1} - h \cdot b_{-1} \cdot \bar{J}_f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})]^{-1} \times [h \cdot f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1}) - \bar{d}_{q+1}^{(j)}], \quad (33)$$

де  $b_{-1}$  – перший елемент вектора коефіцієнтів  $\bar{C}_k$  (при  $k=2$   $b_{-1}=2/3$ , при  $k=3$   $b_{-1}=6/11$ );  $f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})$ ,  $\bar{J}_f(\bar{X}_{q+1}^{(j)}, t_{q+1})$  – відповідно зна-

чення правої частини диференційного рівняння (24) та матриці Якобі від неї при  $j$ -й ітерації на кроці  $q+1$ , тобто в точці  $\bar{X}_{q+1}^{(j)}$  в момент  $t_{q+1}$ , причому вектор  $\bar{X}_{q+1}^{(j)}$  дорівнює першому рядку матриці  $\bar{Z}_{q+1}^{(j)}$ ;  $\bar{d}_{q+1}^{(j)} = h \cdot \bar{X}_{q+1}^{(j)}$  – другий рядок матриці  $\bar{Z}_{q+1}^{(j)}$ .

Для зміни величини кроку інтегрування  $h$  до величини  $\hat{h} = \alpha h$  використовується залежність

$$\hat{Z}^{(r)} = \bar{\Lambda}(\alpha) \cdot \bar{Z}^{(r)}, \quad (34)$$

де  $\bar{Z}^{(r)}$ ,  $\hat{Z}^{(r)}$  – вектори Нордсіка для  $i$ -ї компоненти  $x_{(r)}$  вектора  $\bar{X}_{2i}$  при кроках інтегрування  $h$  та  $\hat{h} = \alpha h$  відповідно;  $\bar{\Lambda}(\alpha)$  – діагональна матриця,

$$\bar{\Lambda}(\alpha) = \text{diag}\{1 \quad \alpha \quad \alpha^2 \quad \dots \quad \alpha^k\}. \quad (35)$$

Для розрахунку перехідних процесів у дільничній електромережі шахти згідно з наведеним методом авторами розробляється прикладна комп'ютерна програма MinePowerNet. Зокрема, для схеми заміщення (рис. 1) отримано розрахункові криві, які характеризують перехідний процес при виникненні витoku струму на землю через опір тіла людини 1кОм в момент  $t_1$  (рис. 2). В момент  $t_2$  контрольований параметр (напруга на резисторі  $R_5$ ) апарата АЗУР-4 перевищує уставку ( $U_{cp}=2,4$  В), що спричиняє видачу команди на захисне відключення дільничної підстанції, після чого струм у колі витoku підтримує затухаюча ЕРС вибігу двигунів [2]. При цьому використовувався метод Гіра другого порядку зі змінним кроком, величина якого не перевищувала  $1 \cdot 10^{-4}$  с.

**Висновки та напрямок подальших досліджень.** Обґрунована математична модель електромережі дільниці шахти у змінних стану як матричне диференційне рівняння у формі Коші, що дозволяє досліджувати перехідні процеси, зокрема, при витoku струму на землю, а також моделювати функціонування відповідного апарата захисту. Для чисельного інтегрування вказаного рівняння доцільно застосовувати метод Гіра при використанні вектора Нордсіка. З метою спрощення розрахунків авторами розробляється прикладна комп'ютерна програма. В ході

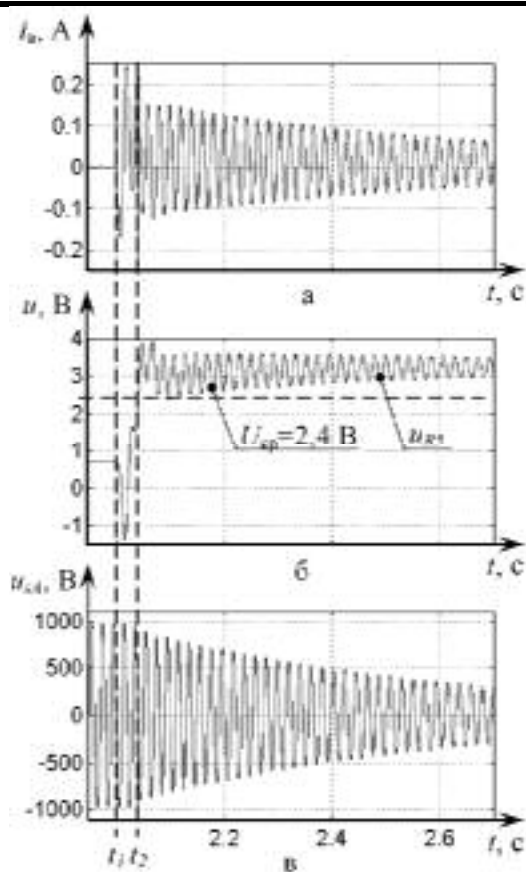


Рис. 2. Розрахункові криві:

- а – струм витoku на землю; б – напруга на реагуючому елементі АЗУР-4 (резисторі  $R_5$ ); в – фазна напруга статора двигуна

подальших досліджень доцільно розширити можливості програми за рахунок аналізу перехідних процесів при виникненні коротких замикань в електричній мережі дільниці шахти.

Матеріали статті можуть зацікавити науковців у галузі гірничої електротехніки та організації, що займаються проектуванням гірничого електрообладнання та засобів захисту.

#### Список використаної літератури

1. Анализ параметров и процессов в шахтных электрических сетях / [Ф. П. Шкрабец, Н. А. Шидловская, В. С.Дзюбан, Е. А. Вареник]. – Днепропетровск : Нац. горный ун-т, 2003. – 151 с.
2. Андрющенко О. А. Анализ процессов отключения от сети и выбега асинхронного двигателя / О. А. Андрющенко, А. А. Бойко // *Електромашинобудування та електрообладнання*. – 2007. – Вип. 69. – С. 28 – 31.

3. Дзюбан В. С. Вплив параметрів дільничної електромережі шахти на стійкість роботи апарата АЗУР-5 при комутації кабельного відгалуження / В.С. Дзюбан, А. В. Горохов, С. А. Руссіян // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія гірничо-електромеханічна. – 2011. – Вип. 21(189). – С.59 – 64.

4. Калабеков Б. А. Методы автоматизированного расчета электронных схем в технике связи: Учеб. пособие для вузов / Б. А. Калабеков, В. Ю. Лapidус, В. М. Малафеев. – М. : Радио и связь, 1990. – 272 с.

5. Чуа Л. О. Машинный анализ электронных схем. Алгоритмы и вычислительные методы / Л. О. Чуа, Лин Пен-Мин; пер. с англ. – М. : Энергия, 1980. – 640 с.

6. Ягудаев Б. М. Защита от электропоражения в горной промышленности / Б. М. Ягудаев, Н. Ф. Шишкин, В. В. Назаров. – М.: Недра, 1982. – 152 с.

7. Hairer E., (2010), Solving ordinary differential equations II / E. Hairer, G. Wanner; 2<sup>nd</sup> revised ed. – London–New York: Springer, – (Springer series in computation mathematics, 14). Part II – Stiff and differential-algebraic problems. – 631 p.

8. Krause P. C., (2002), Analysis of electric machinery and drive systems / Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff; 2<sup>nd</sup> ed. – New York: John Wiley & Sons, Inc. – 613 p.

9. Sewell G., (2005), The numerical solution of ordinary and partial differential equations / Granville Sewell; 2<sup>nd</sup> edition. – Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. – 345p.

Отримано 31.01.2012

#### References

1. Analiz parametrov i protsesov v shakhtnikh elektricheskikh setiakh / [F.P. Shkrabets, N.A.Shydlovskaya V.S.Dziuban, Y.A. Varenik]. – Dnepropetrovsk: *Natsionalnyi gornyi universitet*, 2003. – 151 p. [in Russian].

2. Andriushenko O.A., Boiko A.A., (2007), Analiz protsesov otkliucheniia ot seti s vibega asinkhronnogo dvigatel'ia / *Elektromashinobuduvannia ta elektrobladnannia*. – Vip. 69. – P. 28 – 31 [ in Russian].

3. Dziuban V.S., Gorokhov A.V., Russiian S.A., (2011), Vplyv parametric dilnychnoi elektromerezhii shakhti na stiiikist roboty aparata AZUR-5 pri kommutatsii kabelnogo vidgaluzhennia / *Naukovi pratsi Donetskogo natsionalnogo tekhnichnogo universitetu. Seriiia girnichoelektromekhanichna*. – Vip. 21(189). – Pp. 59 – 64 [in Ukrainian].

4. Kalabekov B.A., Lapidus V.Yu., Malafeev V.M., (1990), Metodi avtomatizirovannogo rascheta elektronnikh skhem v tekhnike svyazi: Ucheb. Posobie dlia vuzov. – Moskva: *Radio i svyaz*, – 272 p. [in Russian].

5. Chua L.O., Lin Pen-Min., (1980), Machining analyze electronic skhem. Algoritmi i vycheslitelnie metodi / per. s engl. – Moskva: *Energiia*. – 640 p. [in Russian].

6. Yagudaiev B.M., N.F. Shishkin, V.V. Nazarov, (1982), Zashita ot elektroporazhenija v gornoj promishlennosti. – Moskva: *Nedra*, – 152 p. (in Russian).

7. Hairer E., Wanner G., (2010), Solving ordinary differential equations II / E. Hairer, 2<sup>nd</sup> revised ed. – London–New York: *Sprinter*, 2010. – (Springer series in computation mathematics, 14). Part II – Stiff and differential-algebraic problems. – 631 p. [in English].

8. Krause P.C., Wasynczuk O., Sudhoff S. D., (2002), Analysis of electric machinery and drive systems / 2<sup>nd</sup> ed. – New York: *John Wiley & Sons, Inc.*– 613 p. [in English].

9. Sewell G., (2005), The numerical solution of ordinary and partial differential equations / 2<sup>nd</sup> edition. – *Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.* – 345 p. [in English].



Сивокобиленко  
Віталій Федорович,  
д-р техн. наук, зав. каф. електричних станцій ДВНЗ Донецького нац. техн. ун-ту,  
тел. (+38062) 301-03-72,  
E-mail: svf@elf.dgtu.donetsk.ua



Василець  
Святослав Володимирович,  
канд. техн. наук, доцент каф. гірничої ел.техніки та автоматики ім. Р.М. Лейбова ДВНЗ Донецького нац. техн. ун-ту,  
тел. (095) 385-78-24,  
E-mail: svyat.vasilets@gmail.com