

УДК 007:681.516.4

А.О. Лозинський, д-р техн. наук,
Л.І. Демків, канд. фіз-мат. наук

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИГЛЯДУ ФУНКЦІЇ НАЛЕЖНОСТІ НА ДИНАМІЧНІ ПОКАЗНИКИ СИСТЕМИ ПРИ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗІ ЗМІННИМИ ВАГОВИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Анотація. На прикладі двомасової системи модального керування швидкістю досліджено вплив форми та параметрів функцій належності на динамічні показники системи. На основі багатокритеріальної оптимізації зі змінними ваговими коефіцієнтами знайдено оптимальні значення параметрів кожної з досліджуваних функцій належності. Проведено порівняння одержаних результатів з результатами у разі налаштування системи на форму Батерворта та біном.

Ключові слова: нечітка логіка, функція належності, функціонал якості, багатокритеріальна оптимізація.

A.O. Lozynskyy, ScD,
L.I. Demkiv, Ph.D

INVESTIGATION OF THE MEMBERSHIP FUNCTION SHAPE INFLUENCE ON THE DYNAMICAL CHARACTERISTICS OF THE SYSTEM AT MULTICRITERIA OPTIMIZATION WITH VARIABLE WEIGHT COEFFICIENTS

Abstract. The influence of membership function's shape and parameters on the dynamic indexes of the system are examined on the example of modal two-mass speed control. On the basis of multicriteria optimization with variable weights coefficient the optimal values for each of the studied functions are found. A comparison of the results with cases of configuration to Batervort and binomial forms is given.

Key words: fuzzy logic, membership function, functional of quality, multicriteria optimization.

А.О. Лозинский, д-р. техн. наук.,
Л.И. Дэмкив, канд. физ-мат. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВИДА ФУНКЦИИ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ НА ДИНАМИЧЕСКИЕ ПОКАЗАТЕЛИ СИСТЕМЫ ПРИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С ПЕРЕМЕННЫМИ ВЕСОВЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Аннотация. На примере двухмассовой системы модального управления скоростью исследовано влияние формы и параметров функций принадлежности на динамические показатели системы. На основе многокритеріальної оптимізації с переменными весовыми коэффициентами найдены оптимальные значения параметров каждой из исследуемых функций принадлежности. Проведено сравнение полученных результатов с результатами при настройке системы на форму Батерворта и бином.

Ключевые слова: нечеткая логика, функция принадлежности, функционал качества, многокритеріальна оптимізація.

Синтез оптимальних керуючих впливів є одним з основних завдань керування технологічними процесами. Дослідженню оптимального керування з елементами нечіткої логіки присвячено багато робіт, зокрема [9], в якій введено і розглянуто нечіткі завдання оптимального управління за допомогою динамічного програмування. В [9] представлено критерій оптимальності для нечіткого оптимального керування очікуваним значенням моделі. Критерій забезпечував необхідні умови для існування оптимального керування, а також достатні умови, якщо цільова функція була опуклою або увігнутою. Оптимальне керування може бути отримане з розв'язку рівняння оптимальності. Проте, такий критерій оптимальності, як правило,

не має аналітичних розв'язків, за винятком деяких спеціальних випадків.

Теорія нечітких множин широко застосовується для розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації та задач синтезу регулятора. Зокрема, в [7] використано метод розв'язку задач синтезу нелінійного регулятора з нечіткими обмеженнями та чіткими цілями з застосуванням методу рівнів зрізу. В [8] задачу з нечіткими обмеженнями трансформовано в класичну задачу оптимізації у дещо іншій формі – кінцевий розв'язок визначається завдяки підходу граничної оптимізації. Незважаючи на значну кількість праць присвячених нечіткій оптимізації, є небагато досліджень щодо використання теорії нечітких множин для визначення допустимих точок в задачах з обмеженнями.

©Лозинський А.О., Демків Л.І., 2012

Розглянемо (рис. 1) класичну систему керування швидкістю за повним вектором станів [1]. На її основі побудуємо модель двомасової системи, що складається з двох підсистем. Для забезпечення плавного перемикання між підсистемами та усунення ковзаючих режимів застосовано функцію належності як вагову функцію впливу кожної з підсистем на траєкторію руху всієї системи.

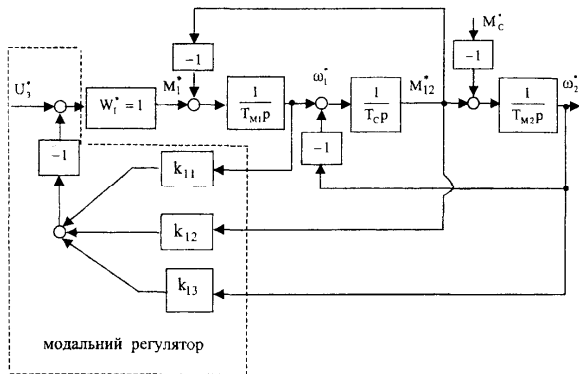


Рис. 1. Схема системи модального регулювання швидкістю

Оскільки мова йде про систему, що складається лише з двох підсистем, то немає сенсу розглядати випадки внутрішніх функцій належності (трапецієвидної, Гауса тощо). Тому при проведенні досліджень було розглянуто лише випадки зовнішніх функцій належності, а саме L функції, сігмоїдальної функції та функції запропонованої в статті [2] та дослідженої в статтях [4, 5].

Під якісними показниками функціонування системи тут розумітимемо значення інтегральних показників якості

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^T e^2(t) dt; & I_2 &= \int_0^T t e^2(t) dt; \\
 I_3 &= \int_0^T |e(t)| dt; & I_4 &= \int_0^T t |e(t)| dt,
 \end{aligned}
 \quad (1)$$

де $e(t)$ – похибка між значенням заданого вхідного сигналу та його вихідним значенням.

Для того щоб оцінити якість функціонування системи (рис. 1) на основі багатокритеріальної оптимізації обчислимо узагальнений інтегральний показник якості

$$I = \sum_{j=1}^4 \gamma_j I_j, \quad (2)$$

де коефіцієнти γ_j можна визначити або методом Парето-оптимальних рішень або експертним чином. Покладемо $\gamma_j = 0,25, j = \overline{1,4}$.

Для проведення дослідження в *Simulink* було побудовано модель системи, що зображена на рис. 2.

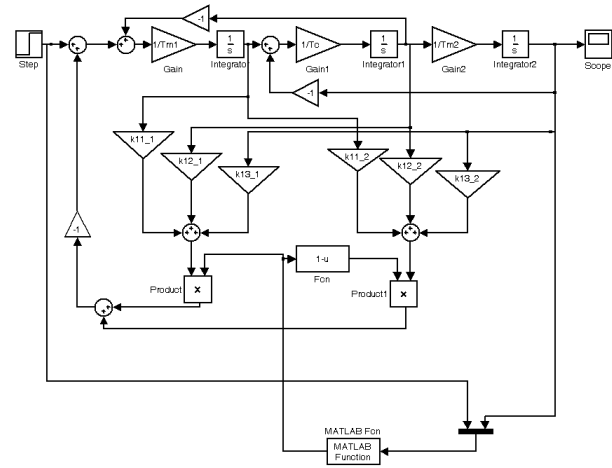


Рис. 2. Модель системи в Simulink

Тут коефіцієнти $k_{11_1}, k_{12_1}, k_{13_1}$ відповідають налаштуванню системи на біноміальну форму та визначаються за формулами

$$\begin{aligned}
 k_{11_1} &= 3\omega_0 T_{M1}, \\
 k_{12_1} &= \left(3\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1, \\
 k_{13_1} &= T_C T_{M1} T_{M2} \omega_0^3 - 3T_{M1} \omega_0,
 \end{aligned}
 \quad (3)$$

а коефіцієнти $k_{11_2}, k_{12_2}, k_{13_2}$ відповідають налаштуванню на стандартну форму Батерворта і можуть приймати значення

$$\begin{aligned}
 k_{11_2} &= 2\omega_0 T_{M1}, \\
 k_{12_2} &= \left(2\omega_0^2 - \frac{1}{T_C T_{M2}} \right) T_C T_{M1} - 1, \\
 k_{13_2} &= T_C T_{M1} T_{M2} \omega_0^3 - 2T_{M1} \omega_0,
 \end{aligned}
 \quad (4)$$

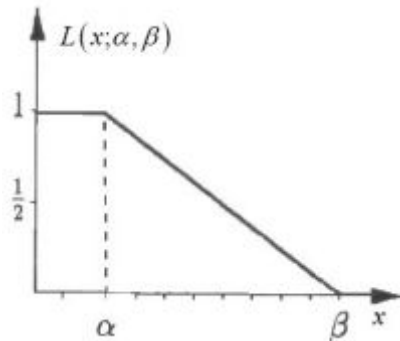
де $\omega_0 = 4$ – значення середньгеометричного кореня, T_{M1}, T_{M2}, T_C – коефіцієнти, що характеризують систему. Їх описано в [1].

У функції *MATLAB Function* реалізовано досліджувані функції належності, а саме:

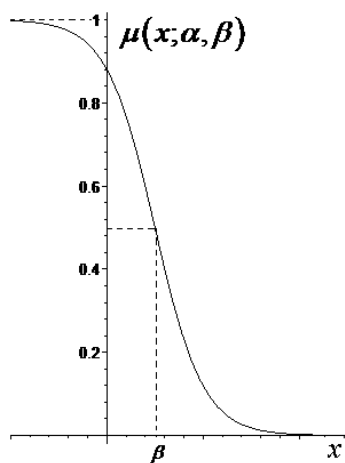
1) функцію належності типу L (наприклад [3])

$$L(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 1, & x < \alpha \\ (x - \beta) / (\alpha - \beta), & \alpha \leq x \leq \beta \\ 0, & x > \beta \end{cases} \quad (5)$$

що зображена на рис. 3, а



а



б

Рис. 3. Функції належності:

а – $L(x; \alpha, \beta)$; б – ліва сігмоїдальна

Параметри α та β визначають границі полярних значень похибки, що відповідають випадкам функціонування лише стійкої або нестійкої підсистем відповідно;

2) ліву сігмоїдальну функції (наприклад [6])

$$\mu(x; \alpha, \beta) = \frac{e^{-\alpha(x-\beta)}}{1 + e^{-\alpha(x-\beta)}} \quad (6)$$

Графік цієї функції зображено на рис. 3, б. Параметр β визначає похибку, при якій функція належності дорівнює 0,5, а параметр α задає ступінь нахилу графіка функції належності в точці $\mu(x; \alpha, \beta) = 0.5$;

3) параметризовану функцію належності (див. [2, 4, 5])

$$\mu(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} 0, & x < c \\ \frac{(1 - \beta)^{\alpha-1} (b - x)^\alpha}{(1 - \beta)^{\alpha-1} (b - x)^\alpha + \beta^{\alpha-1} (x - c)^\alpha}, & c \leq x \leq b \\ 1, & x > b, \quad x \in [c, b] \end{cases} \quad (7)$$

Графік цієї функції показано на рис. 4.

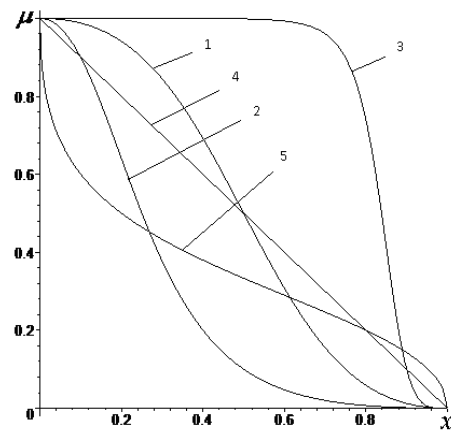


Рис. 4. Графік параметризованої функції належності: 1 – $\alpha = 2, \beta = 0,5$; 2 – $\alpha = 2, \beta = 0,9$; 3 – $\alpha = 4, \beta = 0,1$; 4 – $\alpha = 1$; 5 – $\alpha = 0,5, \beta = 0,2$

Тут параметри c та b відповідають границі полярних значень похибки, параметр α задає ступінь нахилу графіка функції, а β – точка перегину кривої (див. [4]). З рис. 4 бачимо, що зміна параметрів α та β приводить не лише до зсуву або масштабування графіка функції належності, а й до зміни її форми. Зокрема, при $\alpha = 1$ отримуємо частковий випадок функції (5).

Сформуємо оптимальну траєкторію системи з максимально можливою, при прийнятних умовах, швидкодією, за умови, що нема перерегулювання. У цьому випадку, якщо похибка велика, то визначальний вплив матиме керування отримане при налаштуванні системи на стандартну флорму Батерворта.

Використовуючи модель з рис. 2 було проведено моделювання поведінки системи з кожною з наведених функцій належності для різних значень параметрів цих функцій. При моделюванні значення вхідного сигналу було покладене рівним одиниці. Функцію L досліджували для $\alpha \in [0, 1]$, $\beta \in (\alpha, 1]$ з кроком 0,01 для кожного з параметрів незалежно.

На рис. 5 наведено залежність досліджуваного інтегрального показника якості (2) від параметрів функції належності.

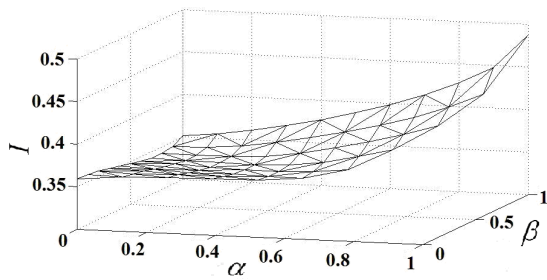


Рис. 5. Залежність значення інтегрального показника якості (2) системи від параметрів функції належності (5)

Крім того, залежно від значень параметрів функції належності змінюється також величина максимального перерегулювання та значення інтегральних показників якості (1) системи, причому характер зміни цих показників та інтегрального показника якості (2) подібні. Це справедливо для всіх досліджуваних уцій статті функцій належності.

З проведених обчислень було визначено, що система працює оптимально у разі значень $\alpha = 0,48$, $\beta = 0,5$. При цьому максимальне перерегулювання дорівнює 1,017 (заданий рівень функціонування 0,988), час входження в 5 %-ну зону – 0,970 с.

На рис. 6 наведено траєкторії руху системи у випадку налаштування на стандартну форму бінома, форму Батерворта та з використанням функції належності (5) з оптимальними та не оптимальними параметрами, а на рис. 7 траєкторії руху системи у випадку налаштування на стандартну форму бінома, форму Батерворта, з використанням функції належності (5) з оптимальними параметрами та траєкторія руху системи у випадку сталих вагових коефіцієнтів ($\lambda_1 = 1 - \lambda_2$).

Тут і надалі моделювання системи проводилось з моменту часу $t = 0$, але для зручності у великому масштабі подано лише ті частини траєкторії системи які найкраще відображають особливості досліджуваного перехідного процесу. Бачимо, що у разі класичного підходу при $\lambda_1 = 1 - \lambda_2 = const$ отримуємо оптимальне управління, яке формуватиме траєкторію, що лежатиме в області, обмеженій траєкторіями руху системи у ви-

падку налаштування на форму Батерворта та біном (рис.7). При запропонованому підході траєкторія зміни координати (рис.6) формується з участків траєкторій руху системи налаштованої на форму Батерворта та біном, а перехід з однієї на іншу визначається формуванням функції належності $\mu(x)$.

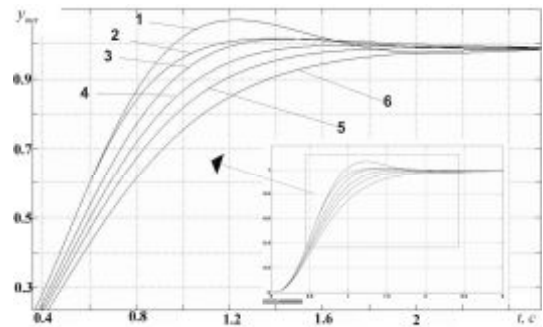


Рис. 6. Результати моделювання системи залежно від налаштування:

- 1 – форма Батерворта; 2 – $L(u; 0,1, 0,5)$;
- 3 – $L(u; 0,48, 0,5)$ (оптимальна траєкторія);
- 4 – $L(u; 0,2, 0,8)$; 5 – $L(u; 0,6, 0,9)$; 6 – біном

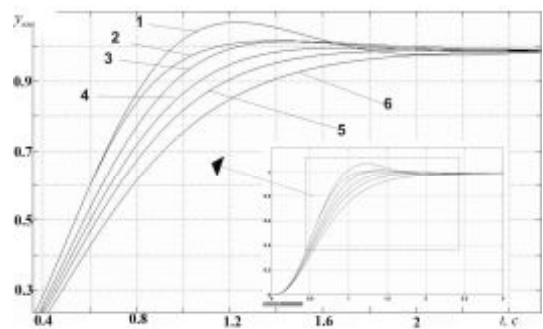


Рис. 7. Результати моделювання системи при класичному підході, та при керуючих впливах, що відповідають налаштуванню системи

- 1 – на стандартну форму Батерворта;
- 2 – $L(u; 0,48; 0,5)$; 3 – $\lambda_1=0,3$;
- 4 – $\lambda_1=0,5$; 5 – $\lambda_1=0,7$; 6 – біном

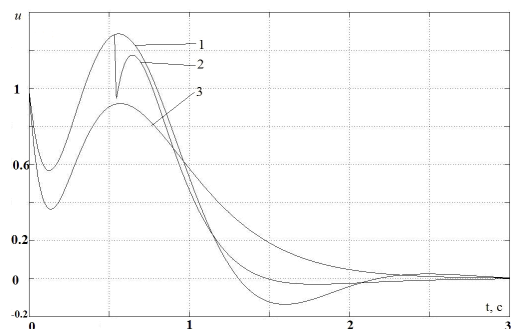


Рис. 8. Зміна значень вихідного сигналу регуляторів: 1 – $u_{Бат}(t)$; 2 – $u_{онм}(t)$; 3 – $u_{бін}(t)$

Зміну значення вихідного сигналу регулятора для випадку оптимальних параметрів функції належності

$$u_{onm}(t) = \sum_{i=1}^3 k_i x_i(t),$$

$$k_i = \lambda_i^{onm}(\bar{x}) k_i^{bin} + (1 - \lambda_i^{onm}(\bar{x})) k_i^{bat},$$

а налаштування на стандартну форму Батерворта та біном зображено на рис. 8. Якщо на проміжні координати буде накладено деякі обмеження, то ці обмеження входять в узагальнений інтегральний показник якості (2) і значення параметрів α та β , а отже і вихідний сигнал регулятора, відрізнятимуться від наведених тут.

Подібне моделювання поведінки системи було проведено і у випадку лівої сигмоїдальної функції належності. Для цієї функції було покладено $\alpha \in [0,5, 5,0]$ з кроком 0,05, $\beta \in [0,0, 1,0]$ з кроком 0,01.

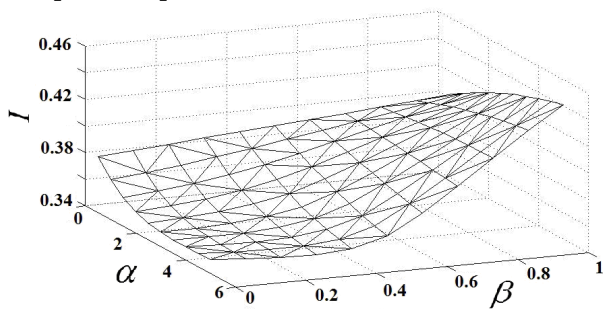


Рис. 9. Залежність значення інтегрального показника якості (2) системи від параметрів функції належності (6)

Як і в попередньому випадку для визначення оптимальних значень функції належності було обчислено значення інтегрального показника якості (2), див. рис. 9.

Тоді одержимо, що система працює оптимально у разі $\alpha = 5,0$, $\beta = 0,29$ (рис. 10 та 11). При цьому максимальне перерегулювання дорівнює 1,026, час входження в 5 %-ну зону – 0,969 с.

Зміну вихідного сигналу регулятора та самого регулятора для випадку оптимальних параметрів функції належності та налаштування на стандартну форму Батерворта та біном показано на рис. 11.

Дослідимо тепер вплив параметрів параметризованої функції належності на якісні показники функціонування системи. У випадку цієї функції $\alpha \in [0,5, 5,0]$ і змінюється з кроком 0,05, а $\beta \in [0,1, 0,9]$ і змінюється з кроком 0,01.

Рис. 10. Результати моделювання системи у випадку налаштування на 1 – форму Батерворта; застосування лівої сигмоїдальної функції з параметрами 2 – $\alpha=5,0$, $\beta=0,29$ (оптимальна траєкторія); 3 – $\alpha=5,0$, $\beta=0,9$; 4 – $\alpha=1,0$, $\beta=0,1$ 5 – $\alpha=3,0$, $\beta=0,3$; 6 – біном

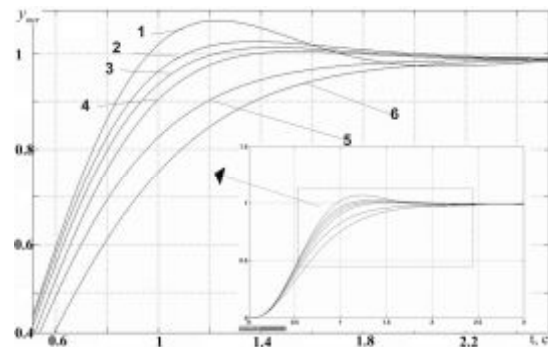


Рис. 11. Зміна значень вихідного сигналу регуляторів: 1 – $u_{Bat}(t)$; 2 – $u_{onm}(t)$; 3 – $u_{bin}(t)$.

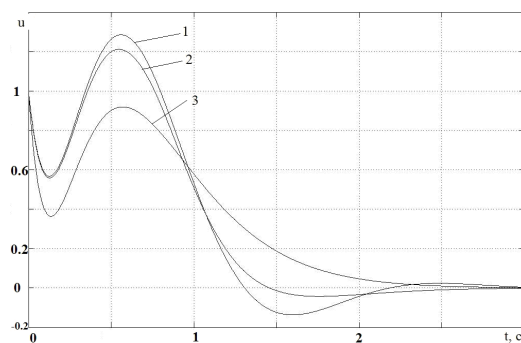


Рис. 12. Залежність узагальненого інтегрального показника якості системи від параметрів функції належності (7)

На рис. 12 показано характер зміни інтегрального показника якості (2). Одержимо, що система працює оптимально $\alpha=5,0$, $\beta=0,54$ (рис. 13). При цьому значення відносного максимального перерегулювання дорівнює 1,018, час входження в 5 %-ну зону 0,970 с.

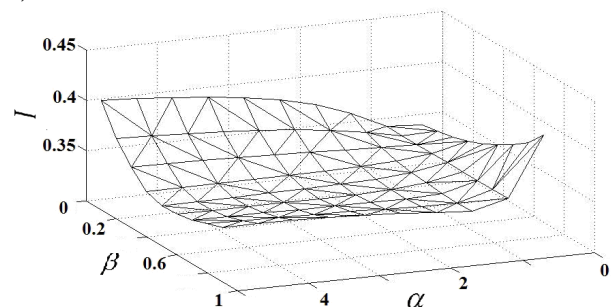


Рис. 13. Залежність узагальненого інтегрального показника якості системи від параметрів функції належності (7)

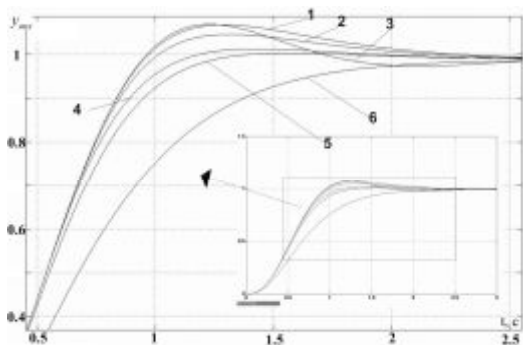


Рис. 13. Результати моделювання системи у випадку застосування параметризованої функції з параметрами:
1 – $\alpha=4,5, \beta=0,9$; 2 – $\alpha=3,0, \beta=0,8$;
3 – налаштування на форму Батерворта
4 – $\alpha=5,0, \beta=0,54$; (оптимальна траєкторія);
5 – $\alpha=1,0, \beta=0,5$; 6 – біном

Такий характер поведінки системи пояснюється тим, що при значеннях параметрів $\alpha=4,5, \beta=0,9$ та $\alpha=3,0, \beta=0,8$ у верхній точці траєкторії відбувається переключення на біном який плавно наближає траєкторію системи до області робочої точки.

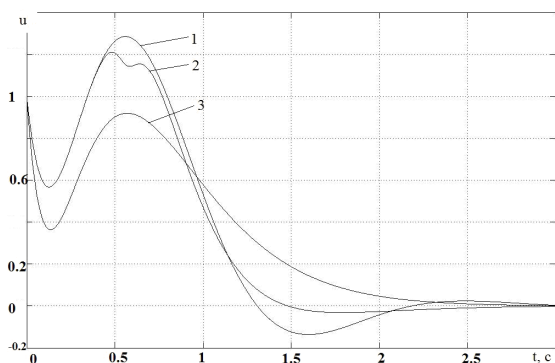


Рис. 14. Зміна значень вихідного сигналу регуляторів: 1 – $u_{Bat}(t)$; 2 – $u_{opt}(t)$; 3 – $u_{bin}(t)$.

Зміни вихідного сигналу регулятора для випадків оптимальних параметрів функції належності, налаштуванні на стандартну форму Батерворта та біном показано на рис. 14.

Враховуючи мінливість форми функції належності наведено графік цієї функції з оптимальними параметрами (рис. 15).

На підставі проведених розрахунків визначено кількісні переваги використання досліджуваних функцій належності (див. табл. 1 і 2) та порівняно застосування досліджуваних функції з відповідними оптимальними параметрами з випадком коли система налаштована лише на біноміальну форму.

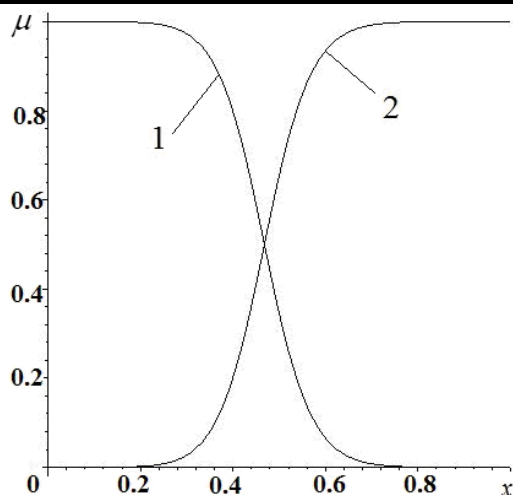


Рис. 15. Графік 1 – функції належності (7) $\mu(x;5,0,54)$; 2 – графік функції 1 – $\mu(x;5,0,54)$

Через $t_{5\%}$ позначено максимальне перерегулювання, t – час першого досягнення заданого рівня функціонування.

1. Порівняння показників використання досліджуваних функцій належності при відповідних оптимальних параметрах налаштування на біном

П	Функція L (L)	Ліва сигмоїдальна (Л)	Параметризована (П)	Біном (Бін)	L/Бін	Л/Бін	П/Бін
I_1	0.419	0.423	0.419	0.522	0,803	0,810	0,803
I_2	0.105	0.107	0.105	0.176	0,597	0,608	0,597
I_3	0.580	0.590	0.581	0.789	0,735	0,748	0,736
I_4	0.254	0.266	0.254	0.465	0,546	0,572	0,546
I	0.339	0.347	0.340	0.488	0,695	0,711	0,697
$t_{5\%}$ с	0.970	0.969	0.970	1.662	0,584	0,583	0,584
t_{max}	1.017	1.026	1.018	0.988	1,029	1,038	1,030

З наведених в таблицях результатів видно, що використання даного підходу практично у всіх випадках забезпечує зменшення інтегральних показників якості порівняно з класичним налаштуванням на стандартні форми Батерворта та біноміальну. При цьому використання функції належності типу L максимальне перерегулювання дорівнює 1,017, а час входження в 5 %-ну зону 0,970 с. Результати моделювання системи при застосуванні параметризованої функції належності практично не відрізняються від попередніх, а от ліва сигмоїдальна функція як вид-

но з табл. 1 та 2, найгірша з трьох досліджуваних, проте і вона забезпечує виграш у порівнянні з випадком, коли система налаштована лише на біноміальну чи форму Батерворта.

Отже, у роботі запропоновано критерій, на відміну від класичного буде формуватися як набір окремих критеріїв, вага яких буде змінюватись залежно від стану об'єкта та вимог технологічного процесу.

2. Порівняння показників ефекту використання досліджуваних функцій належності при відповідних оптимальних параметрах і налаштування на форму Батерворта

П	Функція L (L)	Ліва сигмоїдальна (Л)	Параметризована (П)	Батерворт (Бат)	L/Бат	Л/Бат	П/Бат
I_1	0.419	0.423	0.419	0.419	1,000	1,010	1,000
I_2	0.105	0.107	0.105	0.106	0,991	1,009	0,991
I_3	0.580	0.590	0.581	0.604	0,960	0,977	0,962
I_4	0.254	0.266	0.254	0.299	0,849	0,890	0,849
I	0.339	0.347	0.340	0.357	0,950	0,972	0,952
$t_{5\% c}$	0.970	0.969	0.970	1.420	0,683	0,682	0,683
max	1.017	1.026	1.018	1.069	0,951	0,960	0,952

Дослідження проведено на прикладі двомасової систем, що складається з двох стійких підсистем. Перехід між підсистемами відбувається завдяки застосуванню функції належності, що залежать від параметрів. Для кожного випадку застосовано один метод дефазфікації – синглетонами. Якісні показники функціонування системи досліджено на основі узагальненого інтегрального показника якості. Розглянуто випадки трьох різних функцій належності. В кожному з цих випадків для діапазону значень параметрів було обчислено інтегральні показники якості, максимальне перерегулювання, час входження в 5 %-ну зону та час першого досягнення заданого рівня функціонування. Дослідження показали, що оптимально застосувати функцію належності $L(5)$ з параметрами $\alpha = 0,48$, $\beta = 0,5$ адже значення її інтегрального показника якості є найменшим.

Проведені розрахунки показують, що застосування підсистеми, налаштованої на фільтр Батерворта на початковому етапі фу-

нкціонування системи, дає змогу забезпечити виграш до 1,44 раза порівняно з налаштуванням на біном та 1,05 раза у випадку налаштування лише на стандартну форму Батерворта практично без перерегулювання.

Список використаної літератури

1. Марущак Я.Ю. Синтез електромеханічних систем з послідовним та паралельним коригуванням / Я.Ю. Марущак – Львів: Видавництво НУ "Львівська політехніка", 2005. – 207 с.
2. Dombi J. Membership function as an evaluation / J.Dombi // Fuzzy Sets and Systems. – 1990. –V. 75.– P.1–21.
3. Driankov D. Wprowadzenie do sterowania rozmytego / D. Driankov, H.Hellendoorn, M. Reinfank – Warszawa: «Wydawnictwa Naukowo-Techniczne», 1996. – 320p.
4. Koprinkova P. Membership function shape and its influence on the dynamical behavior of fuzzy logic controller / P. Koprinkova // Cybernetics and Systems: An International Journal. – 2000. – No. 31.– P.161–173.
5. Koprinkova P. Membership function shape and its influence on the stability of fuzzy control systems / P.Koprinkova //Cybernetics and Systems: An International Journal. – 2000. –V. 31. – P.353-371.
6. Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte / A. Piegat — Warszawa: “Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT”, 2003. – 678 p.
7. Wang G.-Y. Fuzzy optimum design of structures / G.-Y. Wang, W.-Q. Wang // Engineering Optimization. – 1985. –V. 8. – P.291–300.
8. Xu C.W. Fuzzy optimum design of structures based on fuzzy decision-making / C.W. Xu // Proceedings of the Seventh International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineers, New York. – 1988. – P. 429–432.
9. Zhu Y. A fuzzy optimal control model / Y. Zhu // Journal of Uncertain Systems. — 2009. – V. 3.No. 4.– P. 270–279.

Отримано 08.02.2012

References

1. Marushchak Ja.Ju. Synthesis of electromechanical systems with serial and parallel adjustment. – Lviv: Publ. Lviv Polytechnic Nation. Univ., 2005. – 207 p. [in Ukrainian].

2. Dombi J. Membership function as an evaluation / *Fuzzy Sets and Systems*. – 1990. – V. 75.– P. 1–21 [in English].

3. Driankov D., Hellendoorn H., Reinfrank M. Wprowadzenie do sterowania rozmytego. – Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1996. – 320 p. [in English].

4. Koprinkova P. Membership function shape and its influence on the dynamical behavior of fuzzy logic controller / *P. Cybernetics and Systems: An International Journal*. – 2000. – No. 31. – P. 161–17 [in English].

5. Koprinkova P. Membership function shape and its influence on the stability of fuzzy control systems / *Cybernetics and Systems: An International Journal*. – 2000. –V. 31. – P. 353 – 371 [in English].

6. Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte. – Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2003. – 678 p. [in Poland].

7. Wang G.-Y., Wang W.-Q. Fuzzy optimum design of structures / *Engineering Optimization*. – 1985. – V. 8. –P. 291–300 [in English].

8. Xu C.W. Fuzzy optimum design of structures based on fuzzy decision-making / *Proceedings of the Seventh International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineers*. – New York: – 1988. – P.429 –432 [in English].

9. Zhu Y. A fuzzy optimal control model / *Journal of Uncertain Systems*. – 2009. –V. 3. – No. 4. – P. 270 –279 [in English].



Лозинський
Андрій Орестович,
д-р техн. наук, проф., заст.
нач-аа НДЧ НУ «Львівська
політехніка»,
телефон: (+032) 274-43-00.
E-mail:
lozynsky@polynet.lviv.ua



Демків Любомир Ігорович,
канд. фіз.-мат. наук,
ст. викл. каф. прикладної ма-
тематики НУ «Львівська полі-
техніка»,
телефон: (+032) 258-23-68.
E-mail: demkivl@gmail.com